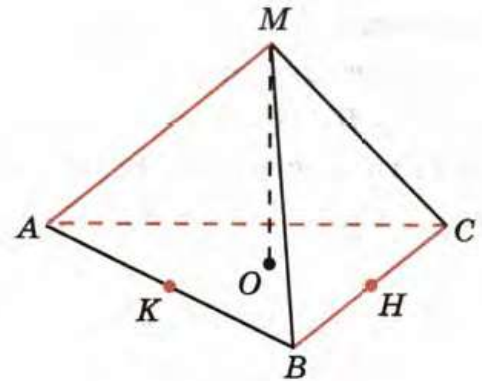


85

Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 м, а боковое ребро — 4 м. Найдите:

- а) площадь боковой поверхности пирамиды;
- б) высоту пирамиды;
- в) площадь сечения, проходящего через боковое ребро и высоту пирамиды;
- г) площадь сечения, проходящего через сторону основания перпендикулярно к противоположному боковому ребру.



Решение.

а) Площадь боковой поверхности правильной _____ равна _____ произведения периметра _____ на _____

Апофемой правильной пирамиды называется _____ боковой грани, проведенная из _____ пирамиды. Все боковые ребра правильной пирамиды _____ друг другу, поэтому высота MH треугольника _____ является и ее _____, т. е. $BH =$ _____

В прямоугольном треугольнике MHC $MH = \sqrt{MC^2 - \underline{\hspace{1cm}}} = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}} - 3^2} = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (м). Поэтому $S_{бок} = \underline{\hspace{1cm}} P_{осн} \cdot MH = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hspace{1cm}} \cdot BC \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (м²).

б) Проведем высоту MO пирамиды. Так как пирамида $\underline{\hspace{1cm}}$, то точка O — $\underline{\hspace{1cm}}$ основания, и, следовательно, $OH = \underline{\hspace{1cm}} AH = \frac{1}{3} BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{9} = \underline{\hspace{1cm}}$ (м).

В прямоугольном треугольнике MOH $MO = \sqrt{MH^2 - \underline{\hspace{1cm}}} = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}} - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (м).

в) Пусть плоскость сечения проходит через $\underline{\hspace{1cm}}$ ребро MA и высоту пирамиды. Тогда она пересекает плоскость основания по прямой $\underline{\hspace{1cm}}$, а ребро BC — в его середине — точке $\underline{\hspace{1cm}}$. Следовательно, пересечением плоскости AMH и грани BMC служит отрезок $\underline{\hspace{1cm}}$. Поскольку $MO \perp ABC$, то $MO \underline{\hspace{1cm}} AH$ ($\underline{\hspace{1cm}}$ прямой, перпендикулярной к плоскости).

Итак, $S_{AMH} = \frac{1}{2} AH \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (м²).

г) Пусть искомое сечение содержит ребро AB и перпендикулярно к боковому $\underline{\hspace{1cm}}$ MC . Тогда прямая MC перпендикулярна к линии пересечения секущей $\underline{\hspace{1cm}}$ и грани BMC . Итак, проведем высоту BT треугольника BMC и соединим точки T и A отрезком (выполните построения). Так как $AC \underline{\hspace{1cm}} BC$ и $\angle ACM \underline{\hspace{1cm}} \angle BCM$ (пирамида $\underline{\hspace{1cm}}$), то $\triangle ACT = \triangle \underline{\hspace{1cm}}$ (по $\underline{\hspace{1cm}}$ сторонам и $\underline{\hspace{1cm}}$ между ними). Следовательно, $\angle ATC = \angle \underline{\hspace{1cm}} = 90^\circ$.

Итак, $MC \underline{\hspace{1cm}} BT$ и $MC \underline{\hspace{1cm}} AT$, поэтому плоскость ABT $\underline{\hspace{1cm}}$ к ребру MC , т. е. треугольник $\underline{\hspace{1cm}}$ — искомое сечение пирамиды. Из равенства $\triangle ACT = \underline{\hspace{1cm}}$ следует, что $AT \underline{\hspace{1cm}} BT$, а потому медиана TK треугольника ABT является и $\underline{\hspace{1cm}}$, т. е. $TK \perp \underline{\hspace{1cm}}$. Следовательно, $S_{ACT} = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hspace{1cm}} \cdot TK$.

В прямоугольном треугольнике BKT $BK = \underline{\hspace{1cm}} AB = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (м), $KT = \sqrt{BT^2 - \underline{\hspace{1cm}}}$. Найдем длину отрезка BT . Так как $S_{BMC} = \frac{1}{2} BC \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} MC \cdot \underline{\hspace{1cm}}$, то $BC \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot BT$, откуда получаем $BT = \frac{BC \cdot MH}{4} = \frac{\underline{\hspace{1cm}} \cdot \sqrt{7}}{4} = \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{7}$ (м).